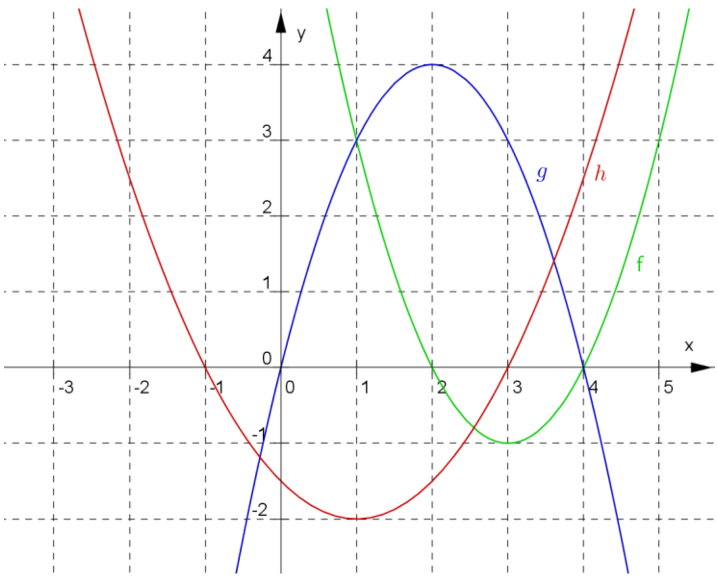
Übungen: Quadratische Funktionen

1. Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen im angegebenen Intervall mithilfe einer Wertetabelle und berechne die Nullstellen:
   a) $f(x) = x^2 - 2$ [–2; 2]
   b) $f(x) = x^2 - 4x$ [–1; 5]
   c) $f(x) = 2x^2 - 2x - 4$ [–2; 3]
   d) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + 2$ [–5; 1]
   e) $f(x) = -x^2 + x + 1$ [–2; 3]
   f) $f(x) = -2x^2 - 3x - 2$ [–3; 1]

2. (*) Ermittle bei den folgenden Parabeln die Koordinaten des Scheitels, die Schnittpunkte mit der x-Achse und skizziere die Parabeln!
   a) $y = x^2 - 6x + 11$
   b) $y = x^2 - 2x - 3$
   c) $y = x^2 + 4x + 3$
   d) $y = x^2 + 5x + 7$

3. Ermittle die Gleichung der quadratischen Funktion, deren Graph durch drei gegebene Punkte geht.
   a) A(0/6), B(1/3), C(2/2)
   b) A(0/0), B(2/4), C(3/3)
   c) P(–1/–4), Q(1/2), R(2/11)
   d) P(1/4,5), Q(2/5), R(4/3)

4. Ermittle die Gleichungen der quadratischen Funktionen, deren Graphen hier abgebildet sind:



5. Die Faustregel für die Berechnung des Anhaltewegs (Fahrschulformel) lautet
   $$s = \frac{3v}{10} + \left(\frac{v}{10}\right)^2$$
   (v: Geschwindigkeit in km/h, s: Anhalteweg in m).
   a) Erstelle eine Wertetabelle für v = 0, 20, ... 100 km/h und zeichne den Graphen der Funktion!
   b) Wie schnell darf man höchstens fahren, wenn der Anhalteweg 100 m betragen darf?

6. Eine Tontaube wird senkrecht nach oben geschossen. Die Höhe lässt sich durch die folgende Funktion annähern:

   $h(t) = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2$

   (t: Zeit in s, h: Höhe in m)

   a) Zeichne den Graphen der Funktion h mit Hilfe einer Wertetabelle und lies aus ihm ab,
      - wann die Tontaube wieder auf dem Boden auftrifft,
      - wann sie ihren höchsten Punkt erreicht und wie hoch dieser ist.

   b) Berechne, wann die Tontaube sich in
      - 40 m Höhe,
      - 60 m Höhe befindet.

   c) Ermittle die durchschnittliche Geschwindigkeit der Tontaube in den ersten 2 Sekunden.

7. Der Benzinverbrauch eines Autos wächst quadratisch mit der Geschwindigkeit. Bei einer bestimmten Fahrzeugtype wurden im höchsten Gang folgende Werte gemessen (v: Geschwindigkeit in km/h, B(v): Benzinverbrauch in L/100 km):

v	B(v)
60	5,0
80	5,8
100	7,4

   a) Ermittle die Gleichung der quadratischen Funktion B(v).

   b) Wie viel Benzin verbraucht das Auto bei einer Geschwindigkeit von 130 km/h?

8. Eine Firma erzeugt Sportschuhe. Die Produktion von 100 Paar kostet 1800 €, bei 200 Paar belaufen sich die Produktionskosten auf 3000 €. Die Fixkosten betragen 1200 €. Es wird angenommen, dass die Kosten für die Produktion von x Paar durch eine quadratische Funktion K(x) angenähert werden können.

   a) Ermittle die Gleichung der Kostenfunktion K(x).

   b) Wie viel Paar können erzeugt werden, wenn die Produktionskosten maximal 9000 € betragen dürfen?

   c) Die Sportschuhe werden um 20,40 € pro Paar verkauft. In welchem Bereich muss die Produktionsmenge liegen, wenn die Firma keinen Verlust machen soll?

Ergebnisse:

1. a) $N_1(-\sqrt{2}/0)$, $N_2(\sqrt{2}/0)$ b) $N_1(0/0)$, $N_2(4/0)$ c) $N_1(-1/0)$, $N_2(2/0)$
   d) $N_{1,2}(-2/0)$ e) $N_1(-0{,}62/0)$, $N_2(1{,}62/0)$ f) keine Nullstelle

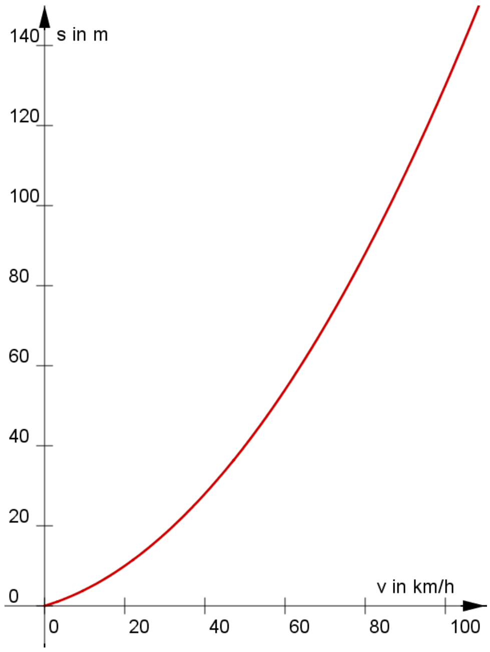
2. a) S(3/2), keine Nullstelle b) S(1/-4), $N_1(-1/0)$, $N_2(3/0)$
   c) S(-2/-1), $N_1(-3/0)$, $N_2(-1/0)$ d) S(-2,5/0,75), keine Nullstelle

3. a) $f(x) = x^2 - 4x + 6$; keine Nullstelle b) $f(x) = -x^2 + 4x$; $N_1(0/0)$, $N_2(4/0)$
   c) $f(x) = 2x^2 + 3x - 3$; $N_1(-2{,}19/0)$, $N_2(0{,}69/0)$ d) $f(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 3$; $N_1(-1{,}16/0)$, $N_2(5{,}16/0)$

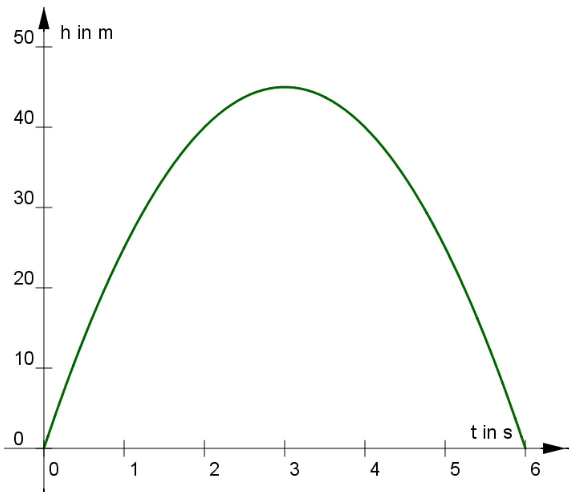
4. $f(x) = x^2 - 6x + 8$
   $g(x) = -x^2 + 4x$
   $h(x) = 0{,}5x^2 - x - 1{,}5$

5. b) ca. 86 km/h

6.
   a) nach 6 s; nach 3 s, 45 m
   b) nach 1 s und 5 s; nie
   c) 20 m/s



Bsp. 5



Bsp. 6

7.
   a) $B(v) = 0{,}001v^2 - 0{,}1v + 7{,}4$
   b) $B(130) = 11{,}3$ l

8.
   a) $K(x) = 0{,}03x^2 + 3x + 1200$
   b) 462 Paar
   c) zwischen 80 und 500 Paar