

Ungleichungen und Ungleichungssysteme

Löse die folgenden Ungleichungen über der Grundmenge \mathbb{R} und gib die Lösungsmenge als Intervall an.

Lineare Ungleichungen

1.

- a. $3x - 5 \geq 7$
- b. $10x \leq 4x + 9$
- c. $5x + 7 < 3x - 3$
- d. $4x - 5 < 7x + 16$
- e. $100 - 12x > 25$
- f. $8x + 30 > 4 - 5x$
- g. $\frac{x}{3} + 4 \leq \frac{x}{2} - 1$
- h. $\frac{4x-11}{6} \leq \frac{5x-17}{9}$

2.

- a. $8(3x - 5) < 15 + 2(5x - 3)$
- b. $7(10 - 3x) < 10 - 3(2x + 5)$
- c. $2(6x - 1) \geq 3(4x + 9)$
- d. $3(x + 4) - 5(x - 2) \leq 6$
- e. $(x + 2)(x - 3) > (x - 4)(x + 1)$
- f. $(x - 4)^2 \leq (x + 3)(x - 3)$
- g. $(x + 6)(4x - 3) \geq (2x + 5)^2$
- h. $(x - 3)(x - 4) > (x - 5)(x - 2)$

Quadratische Ungleichungen

3. (*)

- a. $x^2 - 9 < 0$
- b. $x^2 + 5 > 0$
- c. $x^2 - 6x + 8 \leq 0$
- d. $x^2 + 3x - 10 > 0$
- e. $x^2 + 6x + 9 \leq 0$
- f. $3x^2 - 10x + 3 \geq 0$
- g. $5x^2 + 4x - 1 < 0$
- h. $9x^2 - 27x + 20 \leq 0$
- i. $(x + 4)(x - 4) \geq 9$
- j. $(x + 2)(x - 5) \leq 4(x + 2)$
- k. $2(x + 1)(x - 2) < (x + 3)(x - 3)$

Lineare Ungleichungssysteme

4. Stelle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungssysteme graphisch dar:
- $x \geq 0, y \geq 0, 4x + 3y \leq 12$
 - $x \geq 0, 0 \leq y \leq 4, 2x + y \leq 8$
 - $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 8, x + 3y \leq 9$
 - $0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 4, 2x + 3y \leq 16$
 - $x \geq 1, 2y \geq x, 2x + 3y \geq 14$
 - $0 \leq x \leq 3, 3y \leq x, x + y \geq 8$

Lineare Optimierung

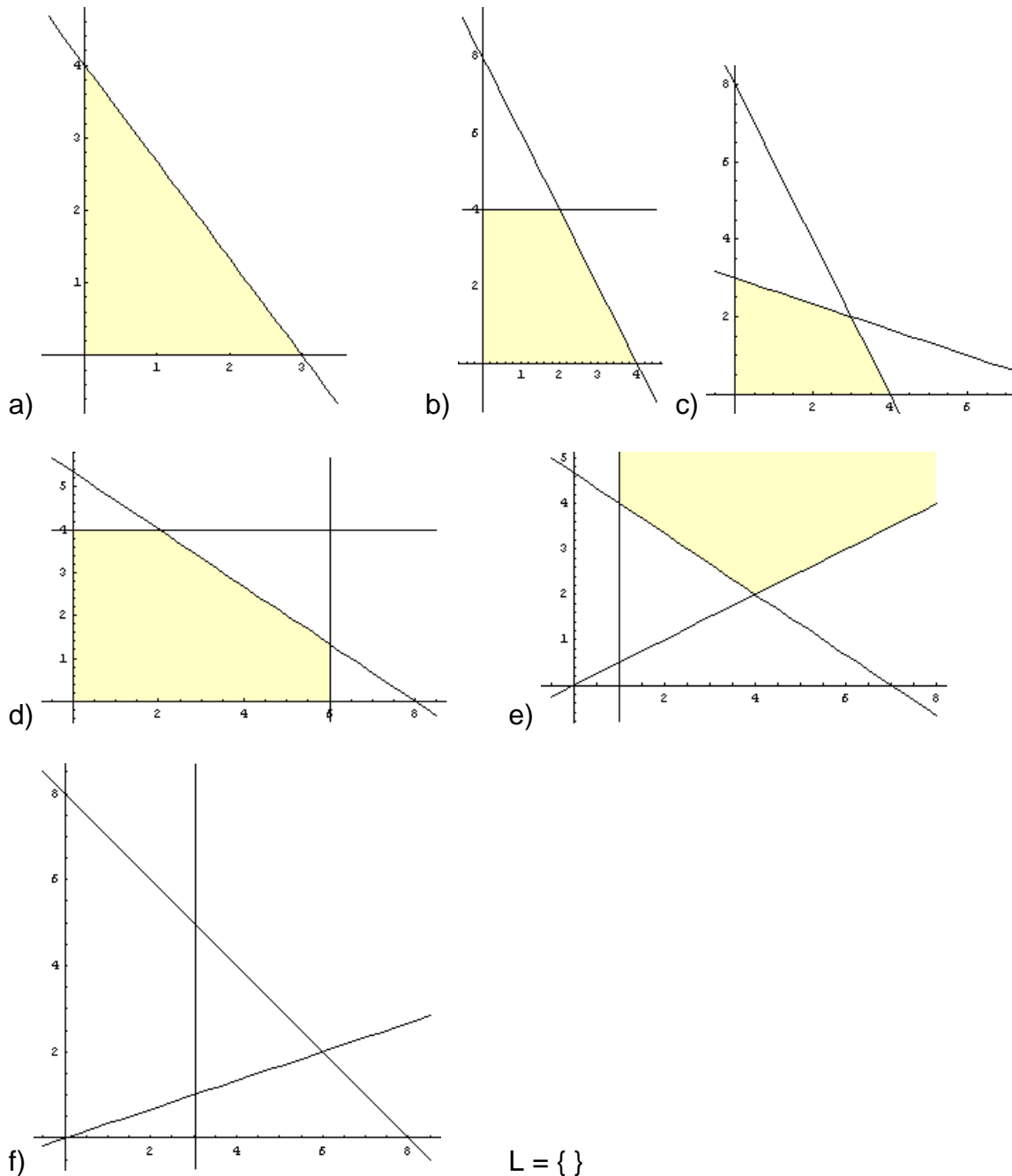
5. In einer Firma werden zwei Artikel erzeugt. Dazu sind jeweils drei Arbeitsgänge notwendig: Zuschneiden, Montage und Lackieren. Bei Artikel A dauert das Zuschneiden und Montieren je 1 Stunde, das Lackieren 1,5 Stunden. Bei Artikel B braucht man 1 Stunde zum Zuschneiden, 2 Stunden zur Montage und 1 Stunde zum Lackieren. Insgesamt stehen pro Woche für das Zuschneiden 90 Stunden, für die Montage 160 Stunden und zum Lackieren 120 Stunden zur Verfügung. Bei Artikel A beträgt der Gewinn 10,- € pro Stück, bei Artikel B 8,- €. Wieviel Stück müssen von jedem Artikel erzeugt werden, damit der Gewinn möglichst groß wird?
6. In einer Fabrik werden zwei verschiedene Fruchtsaftgetränke erzeugt. Eine Dose "Fruchtdrink" enthält 0,2 l Apfelsaft und 0,1 l Orangensaft. Eine Dose "Vitaminsdrink" enthält je 0,1 l Apfel-, Orangen- und Karottensaft. Pro Tag stehen insgesamt 120 l Apfelsaft, 80 l Orangensaft und 50 l Karottensaft zur Verfügung. Der Gewinn für eine Dose "Fruchtdrink" beträgt 0,3 €, für eine Dose "Vitaminsdrink" 0,4 €. Wieviel muss von jeder Getränkesorte erzeugt werden, damit der Gewinn maximal wird?
7. Frau Steinkellner verkauft selbstgemachte Marmelade. Für ein Glas "Gartenglück" braucht sie 400 g Erdbeeren und 200 g Himbeeren, für ein Glas "Waldeslust" 100 g Erdbeeren, 200 g Himbeeren und 300 g Heidelbeeren. Insgesamt hat sie 18 kg Erdbeeren, 12 kg Himbeeren und 12 kg Heidelbeeren geerntet. Sie verkauft beide Sorten zum gleichen Preis. Wieviel muss sie von jeder Sorte kochen, um möglichst viel einzunehmen?
8. Eine Teehändlerin bietet zwei Teemischungen an. Mischung A besteht zu $\frac{3}{4}$ aus der Sorte Darjeeling und zu $\frac{1}{4}$ aus der Sorte Assam, Mischung B besteht je zur Hälfte aus Darjeeling und Assam. Insgesamt hat sie 150 kg Darjeeling und 100 kg Assam zur Verfügung. Der Reingewinn beträgt bei Mischung A 20,- €, bei Mischung B 10,- € pro kg.
- Wieviel soll sie von jeder Sorte anbieten, um ihren Gewinn zu maximieren?
 - Wie ändert sich das Ergebnis, wenn von Mischung A höchstens 150 kg abgesetzt werden können?

9. Eine Bäckerei bietet zwei Sorten Vollkornbrot an: Schwarzbrot und Mischbrot, wobei vom Mischbrot höchstens 4mal so viel wie vom Schwarzbrot hergestellt werden soll. Für einen Wecken Schwarzbrot benötigt man 200 g Dinkel- und 400 g Roggenmehl, für einen Wecken Mischbrot je 300 g Dinkel- und Roggenmehl. Insgesamt stehen 210 kg Dinkelmehl und 300 kg Roggenmehl zur Verfügung.
- Wieviel Brot von jeder Sorte muss gebacken werden, wenn die Gesamtmenge möglichst groß sein soll?
 - Ein Wecken Schwarzbrot kostet 2,- €, ein Wecken Mischbrot 4,- €. Bei welcher Menge werden die Einnahmen maximal?
10. Ein Hundezüchter hat zwei verschiedene Futtermischungen zur Auswahl. Eine Portion (100 g) von Mischung A enthält 60 g Eiweiß, 30 g Kohlenhydrate und 10 g Fett. Eine Portion von Mischung B enthält 20 g Eiweiß, 60 g Kohlenhydrate und 10 g Fett. Der Tagesbedarf eines Welpen beträgt mindestens 240 g Eiweiß, 300 g Kohlenhydrate und 80 g Fett. Eine Portion von Mischung A kostet 0,50 €, von Mischung B 0,20 €. In welchem Verhältnis muss der Züchter das Futter zusammenstellen, damit die Gesamtkosten möglichst niedrig werden?
11. Herr Prohaska will auf eine Wanderung Vollkornbrot und Dauerwurst mitnehmen. Er möchte mindestens 300 g Kohlenhydrate, mindestens 80 g Eiweiß und mindestens 30 g, aber höchstens 90 g Fett zu sich nehmen. 100 g Brot enthalten 50 g Kohlenhydrate, 8 g Eiweiß und 2 g Fett; 100 g Wurst enthalten 20 g Eiweiß und 30 g Fett.
- Wieviel Brot und Wurst muss Herr Prohaska mitnehmen, wenn das Gesamtgewicht der Lebensmittel möglichst niedrig sein soll?
 - 1 kg Vollkornbrot kostet 3,- €, 1 kg Dauerwurst 15,- €. Wie muss Herr Prohaska seinen Proviant zusammenstellen, wenn er möglichst wenig ausgeben will?

Lösungen:

- | | |
|--|--|
| <p>1.</p> <ol style="list-style-type: none"> $[4, \infty[$ $] -\infty, \frac{3}{2}]$ $] -\infty, -5[$ $] -7, \infty[$ $] -\infty, \frac{25}{4}[$ $] -2, \infty[$ $[30, \infty[$ $] -\infty, -\frac{1}{2}]$ <p>2.</p> <ol style="list-style-type: none"> $] -\infty, \frac{7}{2}[$ $] 5, \infty[$ $\{ \}$ $[8, \infty[$ $] 1, \infty[$ $[\frac{25}{8}, \infty[$ | <p>3.</p> <ol style="list-style-type: none"> $] -3, 3[$ \mathbb{R} $[2, 4]$ $] -\infty, -5[\cup] 2, \infty[$ $\{-3\}$ $] -\infty, \frac{1}{3}[\cup] 3, \infty[$ $] -1, \frac{1}{5}[$ $[\frac{4}{3}, \frac{5}{3}]$ $] -\infty, -5[\cup] 5, \infty[$ $[-2, 9]$ $\{ \}$ |
|--|--|

4.



5. A : 60 Stück, B : 30 Stück

6. 300 Dosen "Fruchtdrink", 500 Dosen "Vitaminsdrink"

7. jede Kombination mit $x + y = 60$, $20 \leq x \leq 40$ ist möglich

8.

a. A: 200 kg, B: 0 kg

b. A: 150 kg, B: 75 kg

9.

a. 450 kg Schwarzbrot, 400 kg Mischbrot

b. 150 kg Schwarzbrot, 600 kg Mischbrot

10. A: 2 Portionen, B: 6 Portionen

11.

a. 600g Brot, 160g Wurst

b. 900g Brot, 40g Wurst