

Vektorrechnung in der Ebene

1. Zeichne (von einem beliebigen Punkt aus) die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Ermittle grafisch und rechnerisch:

$$\vec{a} + \vec{b}, \quad \vec{a} - \vec{b}, \quad \vec{b} - \vec{a}, \quad 2\vec{a}, \quad -3\vec{b}, \quad \frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b}$$

2. Ermittle die Koordinatendarstellung des Pfeils \overrightarrow{AB} und berechne seinen Betrag.
- $A = (3/1)$, $B = (6/5)$
 - $A = (2/4)$, $B = (7/2)$
 - $A = (4/-2)$, $B = (1/3)$
 - $A = (2/7)$, $B = (-4/6)$
3. Der Anfangspunkt und die Koordinaten eines Pfeils sind gegeben. Ermittle die Koordinaten des Endpunkts.
- $A = (1/2)$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
 - $A = (3/5)$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$
 - $A = (4/-2)$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$
 - $A = (-6/3)$, $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -8 \end{pmatrix}$
4. Ermittle den fehlenden Eckpunkt und den Umfang des Parallelogramms ABCD.
- $A = (-1/-5)$, $B = (7/1)$, $C = (3/4)$
 - $A = (-10/2)$, $B = (2/-3)$, $D = (-7/6)$
 - $A = (1/3)$, $C = (1/-3)$, $D = (5/1)$
5. Überprüfe, ob die Vektoren \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{CD} parallel zueinander sind
- $A = (-2/3)$, $B = (0/6)$, $C = (4/-1)$, $D = (8/5)$
 - $A = (6/6)$, $B = (7/1)$, $C = (3/4)$, $D = (5/-4)$
 - $A = (-1/2)$, $B = (4/5)$, $C = (6/3)$, $D = (1/0)$
 - $A = (-2/3)$, $B = (4/0)$, $C = (3/4)$, $D = (-1/6)$
6. Ergänze die fehlenden Koordinaten, so dass die Vektoren zu $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ parallel sind.
- $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 15 \\ a_y \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -20 \\ b_y \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} d_x \\ -1 \end{pmatrix}$$

7. Überprüfe, ob die Vektoren \overrightarrow{AB} und \overrightarrow{AC} normal aufeinander stehen.
- A(0/0), B(6/2), C(3/9)
 - A(5/1), B(2/4), C(0/-4)
 - A(2/7), B(8/3), C(-4/-2)
 - A(4/-4), B(8/1), C(0/-1)
8. Ergänze die fehlenden Koordinaten, so dass die Vektoren auf $\vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ normal stehen.
- $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ a_y \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ b_y \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ -10 \end{pmatrix}, \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} d_x \\ 3 \end{pmatrix}$$
9. Welchen Winkel schließen die Vektoren \vec{a} und \vec{b} miteinander ein?
- $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$
 - $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
 - $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
 - $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$
10. Berechne die Innenwinkel, den Umfang und den Flächennhalt des Dreiecks ABC. Untersuche, ob es sich um ein besonderes Dreieck handelt.
- A = (2/3), B = (7/6), C = (0/9)
 - A = (-2/0), B = (9/3), C = (0/6)
 - A = (0/1), B = (6/5), C = (-2/6)
 - A = (-2/2), B = (3/0), C = (1/5)
11. Untersuche, ob es sich bei den folgenden Vierecken um besondere Vierecke handelt (wenn ja, um welche). Berechne den Umfang und, wenn möglich, den Flächeninhalt.
- A = (-1/1), B = (6/2), C = (4/5), D = (-3/4)
 - A = (0/-1), B = (4/-3), C = (6/1), D = (2/3)
 - A = (-3/0), B = (3/-3), C = (2/2), D = (-2/3)
 - A = (4/0), B = (9/5), C = (2/4), D = (-3/-1)
 - A = (2/-3), B = (5/-1), C = (5/3), D = (2/5)
 - A = (0/0), B = (9/3), C = (8/6), D = (-1/3)

Ergebnisse:

1. $\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $2\vec{a} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$, $-3\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -9 \end{pmatrix}$, $\frac{1}{2}\vec{a} + 2\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

2. a) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $|\overrightarrow{AB}| = 5$ b) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$, $|\overrightarrow{AB}| = 5,39$

c) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $|\overrightarrow{AB}| = 5,83$ d) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \end{pmatrix}$, $|\overrightarrow{AB}| = 6,08$

3. a) $B = (4/6)$ b) $B = (7/3)$ c) $B = (1/3)$ d) $B = (-1/-5)$

4. a) $D = (-5/-2)$, $u = 30$ b) $C = (5/1)$, $u = 36$ c) $B = (-3/-1)$, $u = 20,3$

5. a) ja b) nein c) ja d) ja

6. $\vec{a} = \begin{pmatrix} 15 \\ -6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -20 \\ 8 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -25 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ -1 \end{pmatrix}$

7. a) nein b) ja c) ja d) nein

8. $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2,5 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -4 \\ -10 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1,2 \\ 3 \end{pmatrix}$

9. a) 45° b) $66,80^\circ$ c) $118,74^\circ$ d) $21,96^\circ$

10.

a) $\alpha = 77,5^\circ$, $\beta = 54,2^\circ$, $\gamma = 48,3^\circ$, $u = 19,8$, $A = 18$; allgemeines Dreieck

b) $\alpha = 56,3^\circ$, $\beta = 33,7^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $u = 27,21$, $A = 30$; rechtwinkeliges Dreieck

c) $\alpha = 78,1^\circ$, $\beta = 40,8^\circ$, $\gamma = 61,1^\circ$, $u = 20,66$, $A = 19$; allgemeines Dreieck

d) $\alpha = 66,8^\circ$, $\beta = 46,6^\circ$, $\gamma = 66,8^\circ$, $u = 15,01$, $A = 10,5$; gleichschenkeliges Dreieck

11.

a) Parallelogramm $u = 21,35$ ($A = 23$)

b) Quadrat $u = 17,89$ $A = 20$

c) allgemeines Viereck $u = 19,09$ ($A = 60$)

d) Rhombus $u = 28,28$ $A = 30$

e) gleichschenkeliges Trapez $u = 19,21$ $A = 18$

f) Rechteck $u = 25,30$ $A = 30$